

Вариант 1

№ п\п	
1	8
2	3
3	1
4	-3;7
5	4
6	32
7	-2,25
8	4
9	80
10	12
11	12
12	58
13	1;2
14	1
15	1
16	12,5
17	2,4
18	2
19	0,5
20	183

21. Сократите дробь

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 9x + 36}{(x-4)(x+3)}$$

Решение.

Имеем:

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 9x + 36}{(x-4)(x+3)} = \frac{x^2(x-4) - 9(x-4)}{(x-4)(x+3)} = \frac{(x^2-9)(x-4)}{(x-4)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = x-3.$$

Ответ: $x-3$.

22. Баржа прошла по течению реки 40 км и, повернув обратно, прошла ещё 30 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть x км/ч — собственная скорость баржи, тогда $x-5$ км/ч — скорость баржи против течения, а $x+5$ — скорость баржи по течению. По течению баржа двигалась $\frac{40}{x+5}$ часов, а против течения $\frac{30}{x-5}$ часов. Баржа затратила на весь путь 5 часов, составим уравнение:

$$\frac{40}{x+5} + \frac{30}{x-5} = 5 \Leftrightarrow \frac{40(x-5) + 30(x+5)}{(x-5)(x+5)} = 5 \Leftrightarrow 5(x^2 - 25) = 70x - 50 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 15. \end{cases}$$

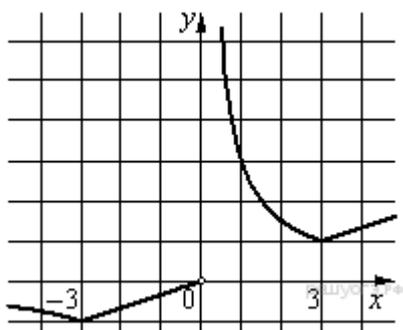
Корень -1 не подходит по условию задачи, следовательно, скорость баржи равна 15 км/ч.

Ответ: 15

$$y = \frac{1}{2} \left(\left| \frac{x}{3} - \frac{3}{x} \right| + \frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right)$$

23. Постройте график функции и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

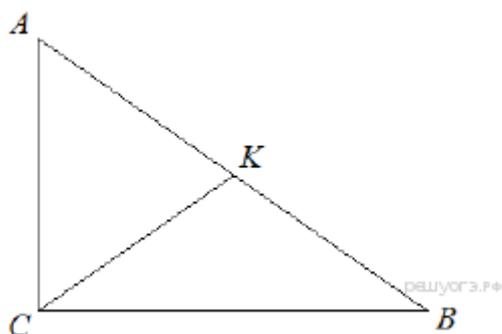
Решение.



Значение выражения $\frac{x}{3} - \frac{3}{x}$ неотрицательно при $-3 \leq x < 0$ и $x \geq 3$, а при $x < -3$ и $0 < x < 3$ значение этого выражения отрицательно. Построим график функции $y = \frac{x}{3}$ при $-3 < 0$ и $x \geq 3$ и график функции $y = -\frac{3}{x}$ при $x < -3$ и $0 < x < 3$. Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку при $t = 1$ и $t = -1$.

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

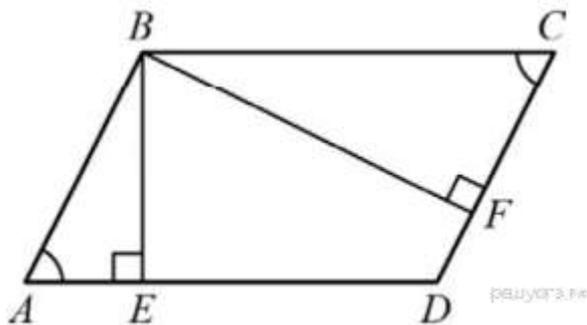


Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине:

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5 .

25. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



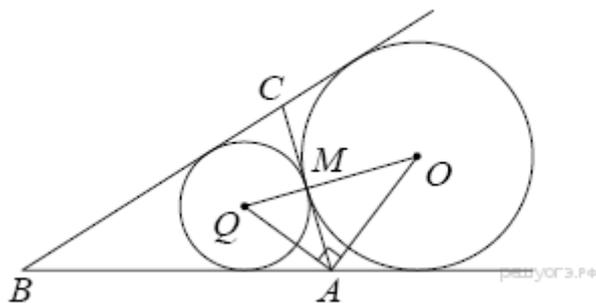
бен $\triangle CBF$.

Решение.

В треугольниках ABE и CBF имеем $\angle A = \angle C$ как противоположные углы параллелограмма, $\angle BEA = \angle CFB$ как прямые углы, значит треугольники подобны по первому признаку подобия треугольников.

26. **Задание 26 № 311697.** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.



Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC . Точка касания M окружностей делит AC пополам. AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$.

Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{36}{8} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.