Вариант 2

№ п/п	ответы
1	**4312**
2	**2**
3	**3**
4	**3; 6**
5	**1;2**
6	**62**
7	**-16**
8	**3**
9	**10**
10	**46**
11	**27556**
12	**0,4**
13	**1;2**
14	**4**
15	**60**
16	**1386**
17	**272**
18	**1**
19	**0,75**
20	**26500**

21. Решите уравнение $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8.$

Решение.

Последовательно получаем:

$$x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=4. \end{array}\right.$$

Поскольку подкоренное выражение не может быть меньше нуля, область допустимых значений исходного уравнения ограничивается неравенством $3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$, значит, решением уравнения является только $x=-2$.

Ответ: −2.

22. Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{540}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{378}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{378}-\frac{1}{540}=\frac{1}{1260}$ часть бассейна, то есть она наполняет весь бассейн за 21 час.

Ответ: 21.

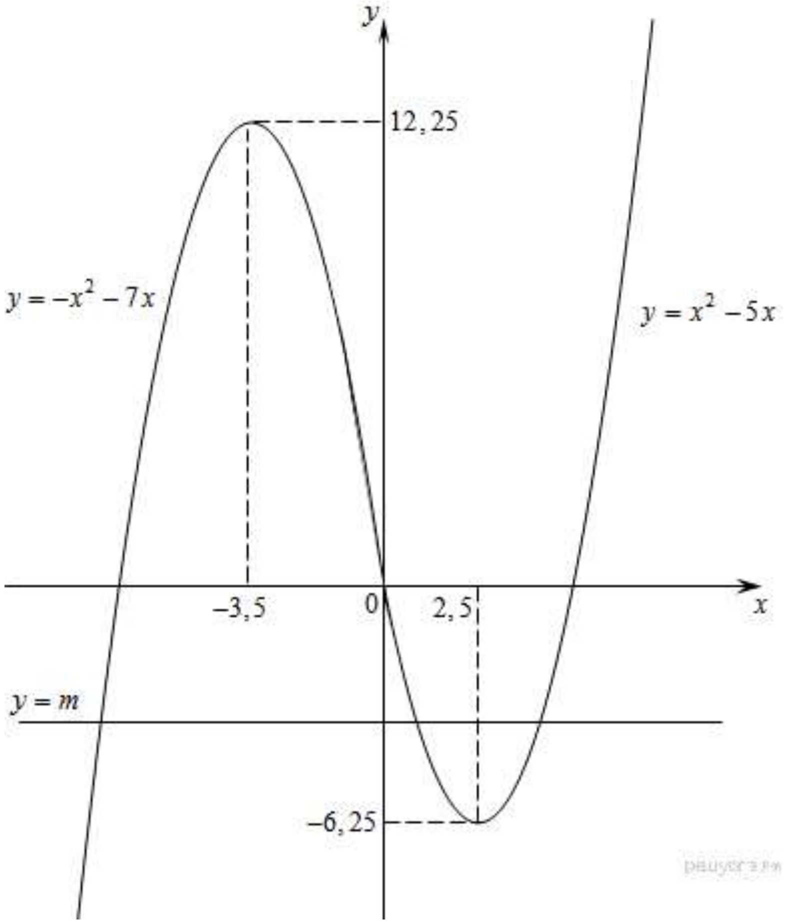
23. Постройте график функции $y=|x|(x+1)-6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Раскрывая модуль, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y=\begin{cases} -x^2-7x, \text{ при } x<0, \\ x^2-5x, \text{ при } x \geq 0. \end{cases}$$

Этот график изображён на рисунке:



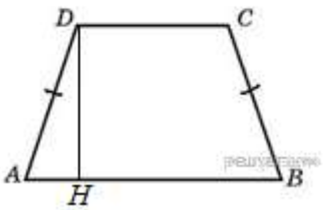
Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно две общие точки при $m = -6,25$ и $m = 12,25.$

Ответ: −6,25; 12,25.

24. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а периметр равен 56.

Найдите площадь трапеции.

Решение.



Трапеция равнобедренная, значит,

$$AH = \frac{AB - DC}{2} = 5 \text{ и } AD = \frac{P_{ABCD} - (AB + DC)}{2} = 15.$$

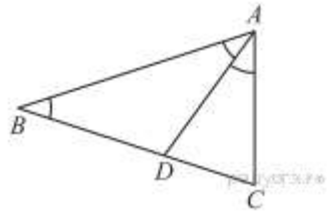
Тогда,

$$S = \frac{AB + DC}{2} \cdot DH = \frac{AB + DC}{2} \cdot \sqrt{AD^2 - AH^2} = 13 \cdot 10\sqrt{2} = 130\sqrt{2}.$$

Ответ: $S = 130\sqrt{2}.$

25. В треугольнике ABC угол B равен 36°, $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ABD — равнобедренный.

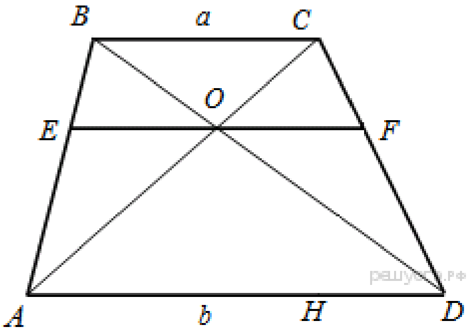
Решение.



Треугольник ABC равнобедренный, поэтому $\angle ACB = \angle BAC$ = 72°. Значит, $\angle BAD = \dfrac{\angle BAC}{2}$ = 36°. Таким образом, углы ABD и BAD равны, поэтому треугольник ABD — равнобедренный.

26. Основания трапеции относятся как 1:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

Решение.



Введём обозначения как показано на рисунке. Отрезок, проходящий через точку пересечения диагоналей трапеции, равен среднему гармоническому её оснований. Пусть $BC = a$, тогда $AD = 3a$ и $EF = \dfrac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{3a}} = \dfrac{3a}{2}$. Поскольку треугольники BOC и AOD подобны, их высоты h_{AOD} и h_{BOC}, проведенные соответственно к сторонам AD и BC, относятся как 3:1. Тем самым, для отношения искомого отношения площадей трапеций $EBCF$ и $AEFD$ имеем:

$$\frac{S_{EBCF}}{S_{AEFD}} = \frac{\frac{BC+EF}{2} \cdot h_{BOC}}{\frac{EF+AD}{2} \cdot h_{AOD}} = \frac{a + \frac{3a}{2}}{\frac{3a}{2} + 3a} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2a+3a}{3a+6a} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{27}.$$

Ответ: 5:27.