

Вариант 2

№ п/п	ОТВЕТЫ
1	4312
2	2
3	3
4	3; 6
5	1;2
6	62
7	-16
8	3
9	10
10	46
11	27556
12	0,4
13	1;2
14	4
15	60
16	1386
17	272
18	1
19	0,75
20	26500

21. Решите уравнение $x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = 4. \end{cases}$$

Поскольку подкоренное выражение не может быть меньше нуля, область допустимых значений исходного уравнения ограничивается неравенством $3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$, значит, решением уравнения является только $x = -2$.

Ответ: -2 .

22. Две трубы наполняют бассейн за 6 часов 18 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 9 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

По условию первая труба за одну минуту наполняет $\frac{1}{540}$ часть бассейна, а две трубы вместе за одну минуту наполняют $\frac{1}{378}$ часть бассейна. Таким образом, одна вторая труба за минуту наполняет $\frac{1}{378} - \frac{1}{540} = \frac{1}{1260}$ часть бассейна, то есть она наполняет весь бассейн за 21 час.

Ответ: 21.

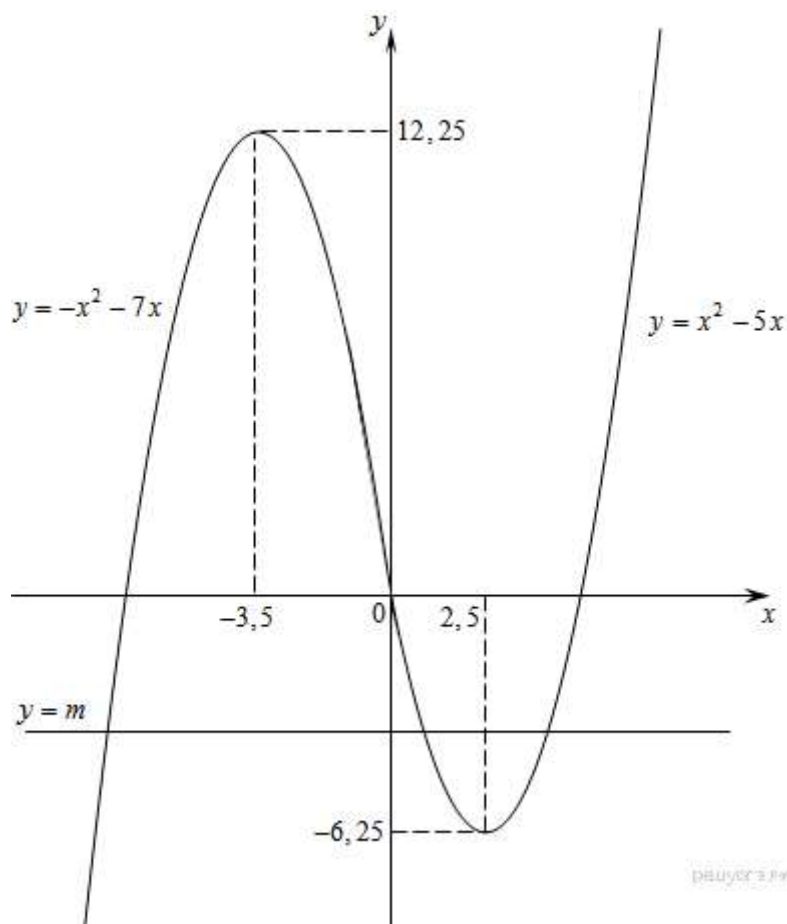
23. Постройте график функции $y = |x|(x+1) - 6x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Раскрывая модуль, получим, что функцию можно представить следующим образом:

$$y = \begin{cases} -x^2 - 7x, & \text{при } x < 0, \\ x^2 - 5x, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Этот график изображён на рисунке:



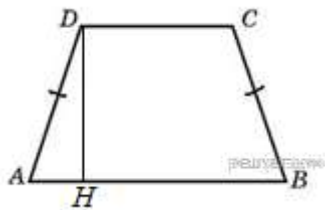
Из графика видно, что прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно две общие точки при $m = -6,25$ и $m = 12,25$.

Ответ: $-6,25; 12,25$.

24. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а периметр равен 56.

Найдите площадь трапеции.

Решение.



Трапеция равнобедренная, значит,

$$AH = \frac{AB - DC}{2} = 5 \quad \text{и} \quad AD = \frac{P_{ABCD} - (AB + DC)}{2} = 15.$$

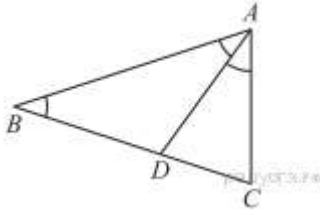
Тогда,

$$S = \frac{AB + DC}{2} \cdot DH = \frac{AB + DC}{2} \cdot \sqrt{AD^2 - AH^2} = 13 \cdot 10\sqrt{2} = 130\sqrt{2}.$$

Ответ: $S = 130\sqrt{2}$.

25. В треугольнике ABC угол B равен 36° , $AB = BC$, AD — биссектриса. Докажите, что треугольник ABD — равнобедренный.

Решение.

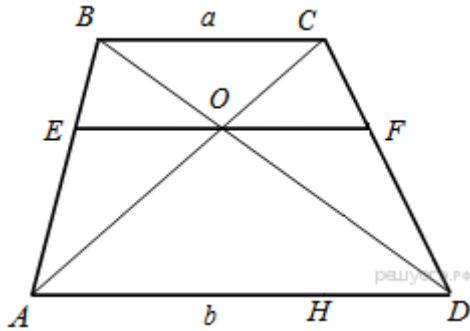


Треугольник ABC равнобедренный, поэтому $\angle ACB = \angle BAC = 72^\circ$.

Значит, $\angle BAD = \frac{\angle BAC}{2} = 36^\circ$. Таким образом, углы ABD и BAD равны, поэтому треугольник ABD — равнобедренный.

26. Основания трапеции относятся как 1:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?

Решение.



Введём обозначения как показано на рисунке. Отрезок, проходящий через точку пересечения диагоналей трапеции, равен среднему гармоническому её осно-

ваний. Пусть $BC = a$, тогда $AD = 3a$ и $EF = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{3a}} = \frac{3a}{2}$. Поскольку треугольники BOC и AOD подобны, их высоты h_{AOD} и h_{BOC} , проведенные соответственно к сторонам AD и BC , относятся как 3:1. Тем самым, для отношения искомого отношения площадей трапеций $EBCF$ и $AEFD$ имеем:

$$\frac{S_{EBCF}}{S_{AEFD}} = \frac{\frac{BC+EF}{2} \cdot h_{BOC}}{\frac{EF+AD}{2} \cdot h_{AOD}} = \frac{a + \frac{3a}{2}}{\frac{3a}{2} + 3a} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2a + 3a}{3a + 6a} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{27}.$$

Ответ: 5:27.