

Вариант 3

№ п\п	ОТВЕТЫ
1	12500
2	2
3	4
4	0;5
5	132
6	38
7	4,5
8	1
9	40
10	71
11	5
12	3
13	13
14	4
15	2
16	80
17	5
18	1
19	0,88
20	1,28

21. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = -7, \\ x^2 + y^2 = 25. \end{cases}$$

Решение.

Из первого уравнения системы находим $y = -x - 7$. Подставив полученное выражение во второе уравнение системы, получаем

$$x^2 + 14x + 49 + x^2 = 25; \quad x^2 + 7x + 12 = 0,$$

откуда находим $x = -4, x = -3$. Таким образом, решение исходной системы $(-4; -3), (-3; -4)$.

Ответ: $(-4; -3), (-3; -4)$.

22. Игорь и Паша красят забор за 20 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа, а Володя и Игорь — за 30 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение.

Обозначим выполняемую мальчиками работу по покраске забора за 1. Пусть за $\frac{1}{v_1}$, $\frac{1}{v_2}$, $\frac{1}{v_3}$ часов Игорь, Паша и Володя, соответственно, покрасят забор, работая самостоятельно. Игорь и Паша красят забор за 20 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_2} = 20 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{1}{20}$$

Паша и Володя красят этот же забор за 24 часа:

$$\frac{1}{v_3 + v_2} = 24 \Leftrightarrow v_3 + v_2 = \frac{1}{24},$$

а Володя и Игорь — за 30 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_3} = 30 \Leftrightarrow v_1 + v_3 = \frac{1}{30}.$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{1}{20}, \\ v_3 + v_2 = \frac{1}{24}, \\ v_1 + v_3 = \frac{1}{30}. \end{cases}$$

Просуммируем левые и правые части данных трех уравнений, получим:

$$\begin{aligned} 2(v_1 + v_2 + v_3) &= \frac{1}{20} + \frac{1}{24} + \frac{1}{30} \Leftrightarrow 2(v_1 + v_2 + v_3) = \frac{1}{8} \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{v_1 + v_2 + v_3} = 16. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

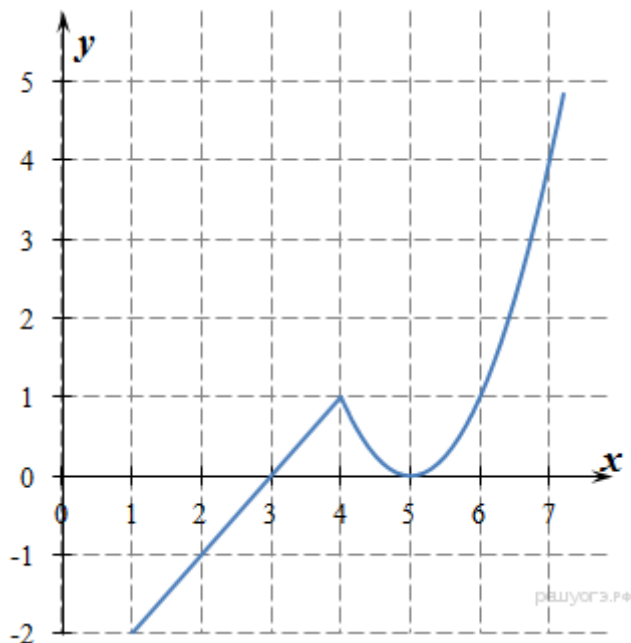
23. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 10x + 25, & \text{если } x \geq 4, \\ x, & \text{если } x - 3 < 4, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = x - 3$ при $x < 4$ и график функции $y = x^2 - 10x + 25$ при $x \geq 4$.

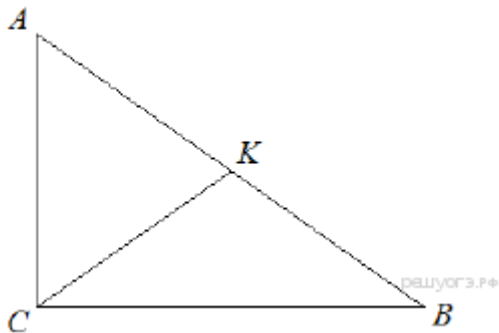


Прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки при $m = 0$ и $m = 1$.

Ответ: 0; 1.

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.



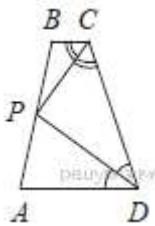
Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине:

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.

25. Биссектрисы углов C и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке P , лежащей на стороне AB . Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC , CD и AD .

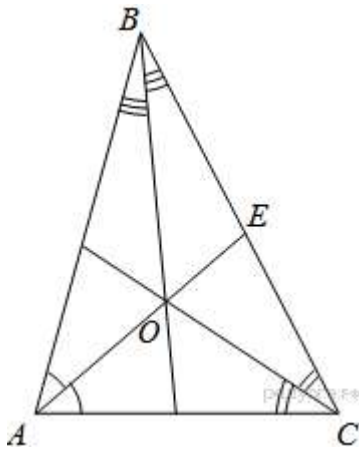
Решение.



По свойству биссектрисы угла точка P равноудалена от прямых AD и CD (так как лежит на биссектрисе угла D) и равноудалена от прямых BC и CD (так как лежит на биссектрисе угла C). Значит, точка P равноудалена от всех трёх указанных прямых.

26. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 40:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 30.

Решение.



Проведем построения и введём обозначения как показано на рисунке.
 Рассмотрим треугольник ACE , CO — биссектриса, по свойству биссектрисы:

$$\frac{AO}{OE} = \frac{AC}{CE} \Leftrightarrow AC = 40CE.$$

Рассмотрим треугольник ABE , BO — биссектриса, по свойству биссектрисы:

$$\frac{AO}{OE} = \frac{AB}{BE} \Leftrightarrow AB = 40BE.$$

Складывая два получившихся равенства, получаем:

$$AB + AC = 40(CE + BE) = 40BC = 1200.$$

Таким образом, периметр треугольника ABC равен 1230.

Ответ: 1230.