

Вариант 4

№ п\п	ответы
1	34,3
2	2
3	3
4	-1,75
5	413
6	1088
7	15
8	3
9	3
10	5
11	165
12	4
13	3
14	2
15	9
16	2
17	50
18	2
19	0,3
20	8

$$\frac{ab - 3a - 2b + 6}{a^2 - 4}$$

21. Сократите дробь

Решение.

Имеем:

$$\frac{ab - 3a - 2b + 6}{a^2 - 4} = \frac{a(b - 3) - 2(b - 3)}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{(b - 3)(a - 2)}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{b - 3}{a + 2}$$

$$\frac{b - 3}{a + 2}$$

Ответ: $\frac{b - 3}{a + 2}$.

22. Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 3 часа, вернулись обратно через 6 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 9 км/ч?

Решение.

Пусть S км — расстояние, на которое от лагеря отплыли туристы. Зная, что скорость течения реки — 3 км/ч, а скорость лодки — 9 км/ч, найдём, что время, за которое они проплыли туда и об-

ратно, составляет $\frac{S}{9 - 3} + \frac{S}{9 + 3}$ ч. Учитывая, что они были на стоянке 3 часа и вернулись через 6 часов после отплытия можно составить уравнение:

$$\frac{S}{6} + \frac{S}{12} + 3 = 6.$$

Отсюда $S = 12$ км.

Ответ: 12 км.

$$y = \begin{cases} -x^2, & \text{если } |x| \leq 1, \\ -\frac{1}{x}, & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$$

23. Постройте график функции и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

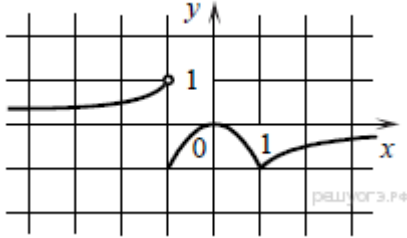


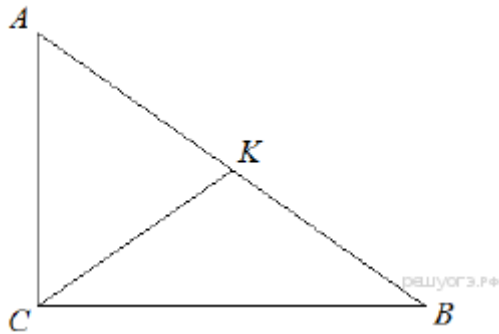
График функции изображён на рисунке.

Прямая $y = c$ будет иметь с графиком единственную общую точку при $0 \leq c < 1$.

Ответ: $[0;1)$.

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.



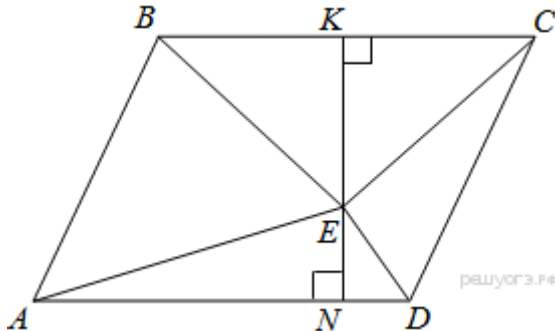
Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине:

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.

25. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Решение.



Проведем отрезок KN перпендикулярный сторонам AD и BC , проходящий через точку E . Площадь параллелограмма $S_{ABCD} = AD \cdot KN$

Площадь треугольника AED

$$S_{AED} = \frac{1}{2}EN \cdot AD$$

Площадь треугольника

$$S_{BEC} = \frac{1}{2}EK \cdot BC = \frac{1}{2}EK \cdot AD.$$

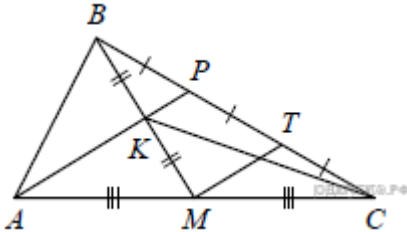
Получаем, что сумма площадей треугольников AED и BEC равна:

Получаем, что сумма площадей треугольников AED и BEC равна:

$$S_{AED} + S_{BEC} = \frac{1}{2}EN \cdot AD + \frac{1}{2}EK \cdot AD = \frac{1}{2}AD(EN + EK) = \frac{1}{2}AD \cdot KN = \frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

26. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника AKM .

Решение.



Проведём отрезок MT , параллельный AP , вспомним, что точка M , — середина AC , следовательно MT — средняя линия треугольника APC , значит $CT = TP$. Аналогично KP — средняя линия треугольника BMT , то есть $BP = PT$.

Пусть площадь треугольника BKP равна S . Рассмотрим треугольник KPC он имеет общую высоту с треугольником BKP и вдвое большее основание, следовательно его площадь равна $2S$. Площадь треугольника BKC равна $3S$ и такую же площадь имеет треугольник CMK , поскольку они имеют одну высоту, проведённую из вершины C и равные основания. Аналогично площадь треугольника CMK , равна площади треугольника AKM .

Подведём итог:

$$S_{BKP} = S, S_{KPC} = 2S, S_{CMK} = S_{AMK} = 3S.$$

Отношение площади треугольника BKP к площади треугольника AKM :

$$\frac{S_{BKP}}{S_{AKM}} = \frac{S}{3S} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.