Вариант 4

№ п\п	ответы
1	**34,3**
2	**2**
3	**3**
4	**-1,75**
5	**413**
6	**1088**
7	**15**
8	**3**
9	**3**
10	**5**
11	**165**
12	**4**
13	**3**
14	**2**
15	**9**
16	**2**
17	**50**
18	**2**
19	**0,3**
20	**8**

21. Сократите дробь $\frac{ab-3a-2b+6}{a^2-4}$.

Решение.

Имеем:

$$\frac{ab-3a-2b+6}{a^2-4}=\frac{a(b-3)-2(b-3)}{(a-2)(a+2)}=\frac{(b-3)(a-2)}{(a-2)(a+2)}=\frac{b-3}{a+2}.$$

Ответ: $\frac{b-3}{a+2}$.

22. Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 3 часа, вернулись обратно через 6 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 9 км/ч?

Решение.

Пусть S км — расстояние, на которое от лагеря отплыли туристы. Зная, что скорость течения реки — 3 км/ч, а скорость лодки — 9 км/ч, найдём, что время, за которое они проплыли туда и обратно, составляет $\frac{S}{9-3}+\frac{S}{9+3}$ ч. Учитывая, что они были на стоянке 3 часа и вернулись через 6 часов после отплытия можно составить уравнение:

$$\frac{S}{6}+\frac{S}{12}+3=6.$$

Отсюда S = 12 км.

Ответ: 12 км.

23. Постройте график функции $y=\begin{cases} -x^2, \text{ если } |x|\le 1, \\ -\dfrac{1}{x}, \text{ если } |x|>1 \end{cases}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y=c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

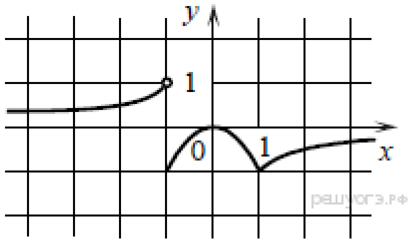


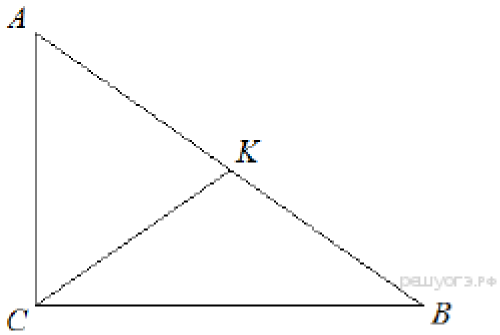
График функции изображён на рисунке.

Прямая $y=c$ будет иметь с графиком единственную общую точку при $0\le c<1$.

Ответ: [0;1).

24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC=6$, $BC=8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.



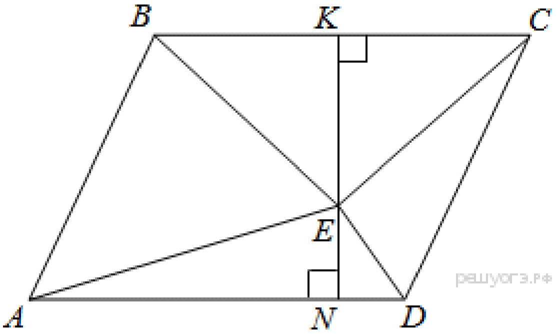
Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине:

$$CK=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{AC^2+BC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{36+64}=5.$$

Ответ: 5.

25. Внутри параллелограмма *ABCD* выбрали произвольную точку *E*. Докажите, что сумма площадей треугольников *BEC* и *AED* равна половине площади параллелограмма.

Решение.



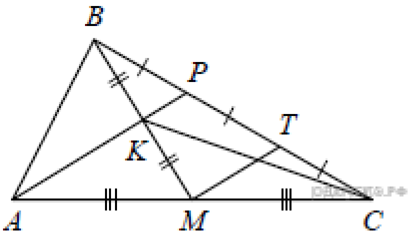
Проведем отрезок KN перпендикулярный сторонам AD и BC, проходящий через точку E. Площадь параллелограмма $S_{ABCD}=AD*KN$ Площадь треугольника AED $S_{AED}=\frac{1}{2}EN\cdot AD$. Площадь треугольника

BEC $S_{BEC}=\frac{1}{2}EK\cdot BC=\frac{1}{2}EK\cdot AD.$ Получаем, что сумма площадей треугольников AED и BEC равна:

$$S_{AED}+S_{BEC}=\frac{1}{2}EN\cdot AD+\frac{1}{2}EK\cdot AD=\frac{1}{2}AD(EN+EK)=\frac{1}{2}AD\cdot KN=\frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

26. Через середину *K* медианы *BM* треугольника *ABC* и вершину *A* проведена прямая, пересекающая сторону *BC* в точке *P*. Найдите отношение площади треугольника *BKP* к площади треугольника *AMK*.

Решение.



Проведём отрезок MT, параллельный AP, вспомним, что точка M, — середина AC, следовательно MT — средняя линия треугольника APC, значит $CT=TP$. Аналогично KP — средняя линия треугольника BMT, то есть $BP=PT$.

Пусть площадь треугольника BKP равна S. Рассмотрим треугольник KPC он имеет общую высоту с треугольником BKP и вдвое большее основание, следовательно его площадь равна $2S$. Площадь треугольника BKC равна $3S$ и такую же площадь имеет треугольник CMK, поскольку они имеют одну высоту, проведённую из вершины C и равные основания. Аналогично площадь треугольника CMK, равна площади треугольника AKM.

Подведём итог:

$$S_{BKP}=S,\ S_{KPC}=2S,\ S_{CMK}=S_{AMK}=3S.$$

Отношение площади треугольника BKP к площади треугольника AKM :

$$\frac{S_{BKP}}{S_{AKM}}=\frac{S}{3S}=\frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.